深圳北理莫斯科大学
Университет МГУ-ППИ в Шэньчжэне

Дополнительное вступительное испытание по математике

Вариант 224

1. Найдите значение выражения

$$\left(\frac{\left(\sqrt[3]{b}-\sqrt[3]{a}\right)^3+2b+a}{\left(\sqrt[3]{b}-\sqrt[3]{a}\right)^3-2a-b}\right)^3+\frac{\sqrt{(a^3-3a^2b+3ab^2-b^3)^{2/3}}}{a}$$

при $a=4/3$, $b=\sin\dfrac{\pi}{3}+\cos\dfrac{\pi}{3}$.

2. Решите неравенство

$$\frac{16}{2^x}+8^{\frac{5-x}{3}}\geqslant 4\cdot 3^{x-1}.$$

3. Имеются два слитка, содержащие медь. Масса второго слитка на 5 кг меньше, чем масса первого слитка. Процентное содержание меди в первом слитке составляет 10%, а во втором – 70%. После их сплавления получился слиток, содержащий 30% меди. Найдите массу получившегося слитка.

4. Решите уравнение

$$\sqrt{x}=4-|x-6|.$$

5. На сторонах AB и AD прямоугольника $ABCD$ выбраны точки P и Q ($P\in AB$) таким образом, что $\angle CQD=\angle AQP=\angle BPC$. Вычислите длину отрезка AP, если $|AB|=12$, $|AD|=7$.

6. Решите неравенство

$$\operatorname{tg} x<2\sqrt{2}\sin x+1.$$

7. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение

$$\sqrt{2(x^2-x-2a^2+2a+2)}=x+1$$

имеет два корня, причем один из них отрицательный, а другой — положительный.

8. Длина стороны куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна a. Найдите расстояние между центрами шаров, вписанных в тетраэдры A_1ABD и $BB_1C_1D_1$.

16 августа 2022