

*Дополнительное вступительное испытание по математике*

*Вариант 233*

1. Арифметическая прогрессия содержит 2023 члена. Найдите ее сумму, если известно, что сумма ее членов с нечетными номерами на 1 больше суммы ее членов с четными номерами.

2. Решите уравнение

$$\frac{2}{3^x} + \frac{2^{x-1}}{3} = 12^x.$$

3. Решите уравнение

$$\log_2 \sin x = \log_4 \cos x + \log_{16} 5.$$

4. Решите неравенство

$$\left| \frac{4}{x} - 1 \right| \geq \frac{9-x}{2}.$$

5. Решите неравенство

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{10-2x} < 3.$$

6. Найдите минимальное и максимальное значения выражения  $mn$ , если известно, что

$$m, n \in \mathbb{Z}, \quad mn + 7m - 10n = 100.$$

7. Расстояние от точки  $B$  до прямой  $AC$  в  $\sqrt{2}$  раз больше, чем расстояние от точки  $A$  до прямой  $BC$ . Найдите расстояние от точки  $C$  до прямой  $AB$ , если известно, что разность радианных мер углов  $BAC$  и  $ABC$  равна  $\pi/4$ , а площадь треугольника  $ABC$  равна 8.

8. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \sin^2 z, \\ (x-3)^2 + (y-4)^2 = 16 \cos^2 z. \end{cases}$$

22 июля 2023 г.